LAHENDUSED 11.KLASS

1. Vastus: $x_1 = 2$ **ja** $y_1 = 1$**;** $x_2 = 1$ **ja** $y_2 = 2$

Lahendus:

Olgu $x + y = a$ ning $x \cdot y = b$. Kuna $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$, millest $x^2 + y^2 = a^2 - 2b$, siis saame järgmise süsteemi

$$\begin{cases} a + b = 5 \\ a^2 - b = 7 \end{cases}.$$

Tekkinud süsteemi põhjal saame järgmise võrrandi

$$a^2 + a - 12 = 0.$$

Saame $a_1 = -4$, $a_2 = 3$, seejärel arvutame tundmatu *b* väärtused: $b_1 = 9$, $b_2 = 2$.

Järgmisena saame kaks süsteemi

$$1)\quad \begin{cases} x + y = -4 \\ x \cdot y = 9 \end{cases},$$

$$2)\quad \begin{cases} x + y = 3 \\ x \cdot y = 2 \end{cases}.$$

Esimesel süsteemil lahendid puuduvad, teise süsteemi põhjal saame: $x_1 = 2$ ja $y_1 = 1$; $x_2 = 1$ ja $y_2 = 2$.

Hindamine:

Sobiv tundmatute vahetus: $x + y = a$, $x \cdot y = b$	1p
Võrduse $x^2 + y^2 = a^2 - 2b$ koostamine	2p
Süsteemi $\begin{cases} a + b = 5 \\ a^2 - b = 7 \end{cases}$ koostamine	1p
Tundamatute *a* ja *b* leidmine	1p
Tundamatute *x* ja *y* leidmine	2p
	7p

Ainult õige vastus - 1 punkt

2. <u>Vastus:</u> $p \in (-\infty; -3) \cup [1; +\infty)$

<u>Lahendus:</u>

Esitame esialgse avaldise kujul $(p^2 - 1) \cdot x^2 + 2(p-1) \cdot x + 2$.

a) Kui funktsiooni $y = (p^2 - 1) \cdot x^2 + 2(p-1) \cdot x + 2$ graafik on parabool, siis peavad kehtima kaks võrratust:

$$1)\quad p^2 - 1 > 0$$
$$2)\quad 2^2 \cdot (p-1)^2 - 4 \cdot (p^2 - 1) \cdot 2 < 0$$

Esimesest võrratusest saame: $p \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Teise võrratuse viime kujule $p^2 + 2p - 3 > 0$, seejärel saame: $p \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Arvestades mõlemat tingimust saame: $p \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

b) Kui funktsiooni $y = (p^2 - 1) \cdot x^2 + 2(p-1) \cdot x + 2$ graafik on sirge, siis $p^2 - 1 = 0$.

Kui $p = 1$, siis saame $y = 2 > 0$.

Kui $p = -1$, siis saame $y = -4x + 2$ ning see ei ole positiivne mistahes *x* korral.

Seega $p \in (-\infty; -3) \cup [1; +\infty)$.

<u>Hindamine:</u>

Võrratuse $p^2 - 1 > 0$ koostamine ja lahendamine	2p
Võrratuse $2^2 \cdot (p-1)^2 - 4 \cdot (p^2 - 1) \cdot 2 < 0$ koostamine ja lahendamine	2p
Süsteemi $\begin{cases} p^2 - 1 > 0 \\ 2^2 \cdot (p-1)^2 - 4 \cdot (p^2 - 1) \cdot 2 < 0 \end{cases}$ lahendi leidmine	1p
$p = 1$ leidmine koos selgitustega	<u>2p</u>
	7p

3. Vastus: **300 õpilast**

Lahendus:

Olgu x õpilast lahendasid kõik viis ülesannet.

Neli ja viis ülesannet lahendas 5x õpilast, ehk neli ülesannet lahendas $5x - x = 4x$ õpilast.

Kolm, neli ja viis ülesannet lahendas $7 * 5x = 35x$ õpilasta, ehk kolm ülesannet lahendas $35x - 5x = 30x$ õpilast

Kaks, kolm, neli ja viis ülesannet lahendas $7 * 35x = 245x$ õpilast, ehk kaks ülesannet lahendas $245x - 35x = 210x$ õpilast.

Ühe, kaks, kolm, neli ja viis ülesannet lahendas$7 * 245x = 1715x$ õpilasta.

Me saame, et ühtegi ülesannet ei lahendanud $2015 - 1715x$ õpilast.

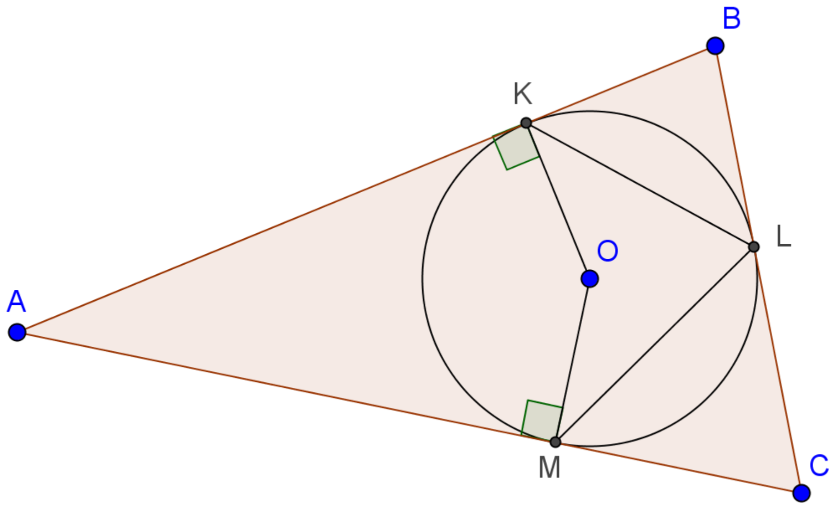
Ülesande püstituse järgi ei saa x olla 0, ning kui x > 1 siis mängijate arv on negatiivne, mida samuti ei saa olla, ehk ühtegi ülesannet ei lahendanud 300 õpilast.

Hindamine:

Sobiva muutuja sisse viimine	1p
Avaldatud, mitu õpilast on lahendanud vähemalt 4 ülesannet	1p
Avaldatud, mitu õpilast on lahendanud vähemalt 3 ülesannet	1p
Avaldatud, mitu õpilast on lahendanud vähemalt 2 ülesannet	1p
Avaldatud, mitu õpilast on lahendanud vähemalt 1 ülesandee	1p
Seletus, et muutuja väärtuseks võib olla ainult 1	1p
Õige vastus	1p
	7p

4. Vastus: **70 kraadi**

Lahendus:



Raadius on risti puutujaga, mistõttu nurgad AKO ja AMO on täisnurgad. Nelinurga nurkade summa on 360 kraadi, mistõttu saame, et

$$\angle KOM = 360° - \angle KAM - \angle AKO - \angle AMO = 140°.$$

Nurk KOM on kesknurk, nurk KLM aga sellele vastav piirdenurk. Seega

$$\angle KLM = \frac{1}{2}\angle KOM = 70°.$$

Hindamine:

Märgitud, et nurgad AKO ja AMO on täisnurgad	1p
Leitud, et $\angle KOM = 140°$	3p
Tähelepanek, et KLM on kesknurgale KOM vastav piirdenurk	1p
Piirdenurk on pool kesknurgast	1p
Õige vastus	1p
	7p

5. <u>Vastus:</u> 1) **3 ruumis**

2) **22 ruumis**

<u>Lahendus:</u>

1) N = 10 jaoks teeme tabeli:

käik	1. ruum	2. ruum	3. ruum	4. ruum	5. ruum	6. ruum	7. ruum	8. ruum	9. ruum	10. ruum
1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
2	x	o	x	o	x	o	x	o	x	o
3	x	o	o	o	x	x	x	o	o	o
4	x	o	o	x	x	x	x	x	o	o
5	x	o	o	x	o	x	x	x	o	x
6	x	o	o	x	o	o	x	x	o	x
7	x	o	o	x	o	o	o	x	o	x
8	x	o	o	x	o	o	o	o	x	x
9	x	o	o	x	o	o	o	o	x	x
10	x	o	o	x	o	o	o	o	x	o

Kus **x** tähendab, et valgus on sisse lülitatud, **o** tähendab, et valgus on välja lülitatud ja iga kasti **x** või **o** tähendab, et peale **k** käiku toas on valgus sisse või välja lülitatud.

Tabelist on näha, et pärast 10 käiku valgus on sisse lülitatud esimeses, neljandas ja üheksandas ruumis.

Ehk kui N = 10, siis vastuseks on 3.

2) Märkame, et tuled põlevad ruumides, mille järjekorranumber on täisarvu ruut, ehk

$1 = 1^2 \quad 4 = 2^2 \quad 9 = 3^2$

Kuna iga paaritu lüliti muutmisega on valgus sisse lülitatud, ja iga paaris lüliti muutmisega on valgus välja lülitatud, siis valgus jääb põlema nendes ruumides, kus robot on muutnud lüliti asendit paaritu arvu kordi. Ehk valgus jääb põlema nendes ruumides, mille järjekorranumber sisaldab paaritu arvu jagajaid. Paaritu arvu jagajaid omavad vaid arvude ruudud, kuna igal jagajal on paar, millega korrutamisel saab esialgse arvu, kuid arvu ruudul on üks paaridest kaks samasugust arvu.

$22^2 = 484 < 500 < 529 = 23^2$ Ehk 500 sees on 22 arvude ruutu.

Ehk kui N = 500, siis valgus jääb põlema 22 ruumis.

Hindamine:

Õige vastus juhul N = 10	1p
Õige vastuse tõestamine juhul N = 10 (näiteks, tabel)	1p
Märkamine, et tuli jääb põlema ruumides, mille number on täisarvu ruut	2p
Tõestamine, et tuli jääb põlema ruumides, mille number on täisarvu ruut	2p
Õige vastus juhul N = 500	1p
	7p